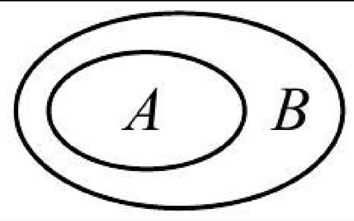
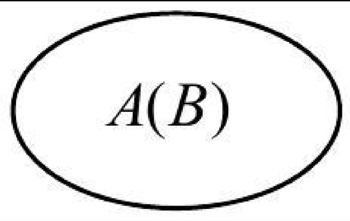
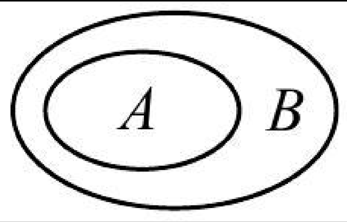
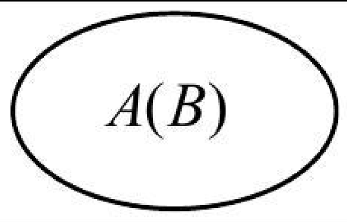
模块一 集合（★☆）

内容提要

在全国高考中，集合这一节主要考查集合的概念、关系、运算等，下面梳理一些常考的知识点.

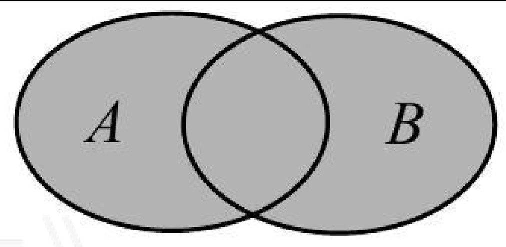
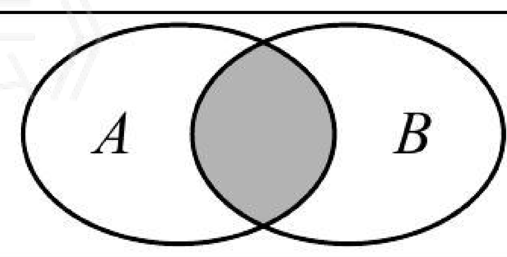
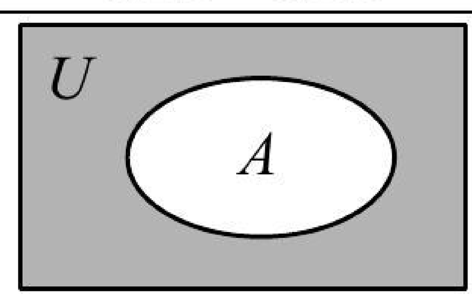
1．集合中元素的性质：确定性，互异性，无序性.

2．集合间的基本关系

关系	自然语言	符号语言	Venn 图
子集	集合 A 中所有元素都在集合 B 中	$A \subseteq B$	 或 
真子集	集合 A 是集合 B 的子集，且集合 B 中至少有一个元素不在集合 A 中	$A \quad B$	
集合相等	集合 A，B 中的元素相同或集合 A，B 互为子集	$A=B$	

3．子集个数：含有 n 个元素的集合的子集有 2^n 个，非空子集有 2^n-1 个，真子集有 2^n-1 个，非空真子集有 $2^n-2(n\ge1)$ 个.

4．集合的基本运算

运算	自然语言	符号语言	Venn 图
并集	由所有属于集合 A 或属于集合 B 的元素组成的集合	$A\bigcup B=\{x\mid x\in A$ 或 $x\in B\}$	
交集	由属于集合 A 且属于集合 B 的所有元素组成的集合	$A\bigcap B=\{x\mid x\in A$ 且 $x\in B\}$	
补集	由全集 U 中不属于集合 A 的所有元素组成的集合	${}_UA=\{x\mid x\in U$ 且 $x\notin A\}$	

典型例题

类型Ⅰ：集合的概念、集合中元素的性质

【例 1】设集合 $A=\{2,a^2-a+2,1-a\}$，若 $4\in A$，则 a 的值为_____.

解析：4 这个元素在集合 A 中，故依次考虑 A 中的每一个待定元素为 4 即可，

因为 $4\in A$，所以 $a^2-a+2=4$ 或 $1-a=4$，解得：$a=2$ 或 -1 或 -3；

注意还需代回去检验集合 A 是否满足元素互异，

当 $a=2$ 时，$A=\{2,4,-1\}$，满足题意；当 $a=-1$ 时，$1-a=2$，不满足元素互异，舍去；

当 $a=-3$ 时，$A=\{2,14,4\}$，满足题意；综上所述，a 的值为 2 或 -3.

答案：2 或 -3

【反思】求出集合中参数的值后，务必检验是否满足集合中元素的互异性.

类型Ⅱ：根据集合相等求参

【例 2】已知集合 $A=\{a,b,1\}$，$B=\{-1,2,a^2\}$，若 $A=B$，则 $a^b=$（　　）

（A）1　　（B）$\dfrac{1}{2}$　　（C）-1　　（D）1 或 $\dfrac{1}{2}$

解析： 集合 B 中只有 1 个待定元素 a^2，故先考虑它是集合 A 中的谁，观察发现只能是 1，

因为 $1\in A$，且 $A=B$，所以 $1\in B$，故 $a^2=1$，解得：$a=\pm 1$，

求出两个值，还需检验是否满足元素互异，当 $a=1$ 时，集合 A 中有相同元素，舍去，所以 $a=-1$，

此时 $A=\{-1,b,1\}$，$B=\{-1,2,1\}$，对比可得 $b=2$，所以 $a^b=(-1)^2=1$.

答案： A

【反思】根据集合相等求出参数的值，务必检验是否满足集合中元素的互异性.

【变式】已知集合 $A=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2+ax+1=0\}$，$B=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2+2x-a+3=0\}$，若 $A=B$，则实数 a 的取值范围是_____.

解析： A，B 都是一元二次方程的解构成的集合，先考虑它们都无解的情况，

若 $A=B=\varnothing$，则 $\begin{cases}\Delta_1=a^2-4<0\\ \Delta_2=2^2-4(-a+3)<0\end{cases}$，解得：$-2<a<2$；

再考虑 A，B 不是空集的情形，此时两个一元二次方程应同解，可由韦达定理建立方程求 a，

若 $A=B\neq\varnothing$，设方程 $x^2+ax+1=0$ 和 $x^2+2x-a+3=0$ 的解分别为 x_1，x_2，

则首先应有 $\begin{cases}\Delta_1=a^2-4\geq 0\\ \Delta_2=2^2-4(-a+3)\geq 0\end{cases}$，解得：$a\geq 2$，

其次，由韦达定理，$\begin{cases}x_1+x_2=-a=-2\\ x_1x_2=1=-a+3\end{cases}$，解得：$a=2$，满足 $a\geq 2$；

综上所述，实数 a 的取值范围是 $(-2,2]$.

答案： $(-2,2]$

【反思】在分析含参方程的解集时，一定要考虑无解的情况，此时对应集合为空集，且空集是可能满足题意的.

类型Ⅲ：根据集合间的包含关系求参

【例 3】若集合 $A=\{1,2,3,m\}$，$B=\{2,3,m^2\}$，若 $B\subseteq A$，则实数 m 的值为_____.

解析： 集合 B 中的 2，3 这两个元素 A 中已经有了，故只需考虑 m^2 这个元素即可，

因为 $B\subseteq A$ 且 $m^2\in B$，所以 $m^2\in A$，故 $m^2=1$ 或 $m^2=m$，解得：$m=-1$，1 或 0，

还需检验是否满足集合中元素互异，经检验，当 $m=1$ 时，集合 A 中有相同元素，舍去；

当 $m=-1$ 或 0 时，集合 A、B 均满足元素互异；所以实数 m 的值为 -1 或 0.

答案： -1 或 0

【变式】集合 $A=\{x\mid x<-1$ 或 $x\ge 3\}$， $B=\{x\mid ax+1\le 0\}$，若 $B\subseteq A$，则实数 a 的取值范围是_____.

解析：要分析 A 和 B 的包含关系，应先解 B 中的不等式 $ax+1\le 0$，需讨论 a 的正负，

当 $a=0$ 时，不等式 $ax+1\le 0$ 无解，所以 $B=\varnothing$，满足 $B\subseteq A$；

当 $a>0$ 时，由 $ax+1\le 0$ 可得 $x\le -\frac{1}{a}$，所以 $B=(-\infty,-\frac{1}{a}]$，

要分析怎样能使 $B\subseteq A$，可画数轴来看，注意单独考虑端点能否重合，

$B\subseteq A$ 的情形如图 1，所以 $-\frac{1}{a}<-1$，解得： $0<a<1$；

当 $a<0$ 时，由 $ax+1\le 0$ 可得 $x\ge -\frac{1}{a}$，所以 $B=[-\frac{1}{a},+\infty)$，$B\subseteq A$ 的情形如图 2，从而 $-\frac{1}{a}\ge 3$，故 $-\frac{1}{3}\le a<0$；

综上所述，实数 a 的取值范围是 $[-\frac{1}{3},1)$.

答案：$[-\frac{1}{3},1)$

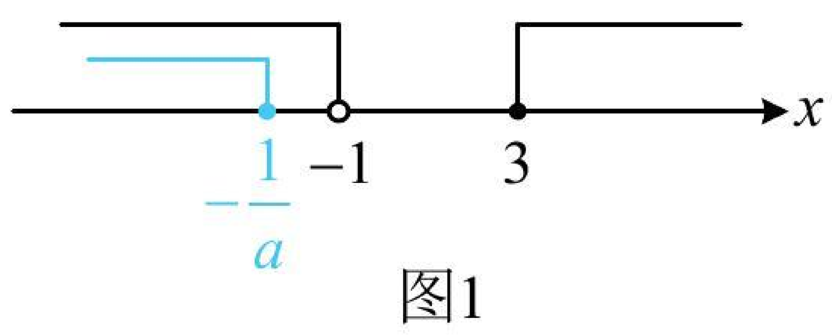


图1

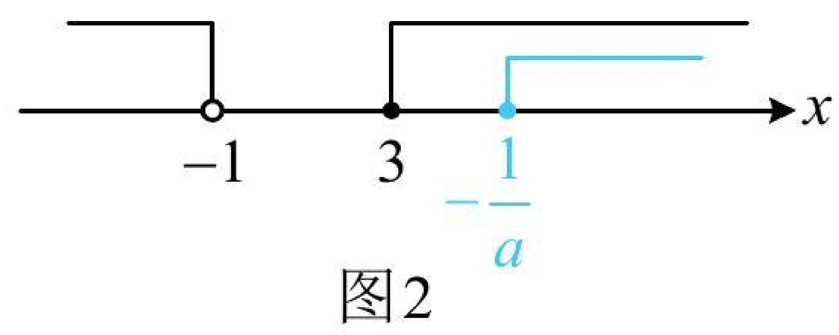


图2

【总结】分析列举法表示的集合间的包含关系，对比两个集合中的元素即可；而对于连续取值的集合间的包含关系，常画数轴分析，需重点关注端点能否重合；另外，当子集含参时，一定注意讨论子集为空集的情况.

类型Ⅳ：子集个数

【例 4】已知集合 $A=\{1,2,3\}$，集合 $B=\{(x,y)\mid x\in A,y\in A,|x-y|\in A\}$，则集合 B 的子集个数为_____.

解析：分析子集个数，需先分析集合中元素的个数，观察发现 x 和 y 各自都只有 3 种取值，可列表来看，

x	1	1	1	2	2	2	3	3	3
y	1	2	3	1	2	3	1	2	3
$\lvert x-y\rvert$	0	1	2	1	0	1	2	1	0

由上表可知集合 B 中的元素有 $(1,2)$，$(1,3)$，$(2,1)$，$(2,3)$，$(3,1)$，$(3,2)$，共 6 个，所以 B 的子集有 $2^6=64$ 个.

答案：64

【总结】求集合的子集个数，需先分析集合中有几个元素，再代结论即可（见内容提要第 3 点）.

类型Ⅴ：集合的基本运算

【例 5】（2022 • 浙江卷）设集合 $A=\{1,2\}$，$B=\{2,4,6\}$，则 $A\cup B=$（）

（A）$\{2\}$　（B）$\{1,2\}$　（C）$\{2,4,6\}$　（D）$\{1,2,4,6\}$

解析：求并集，把两个集合的元素合在一起即可，由题意，$A\cup B=\{1,2,4,6\}$.

答案：D

【变式】已知集合 $A=\{x\,|\,a-2<x<a+3\}$，$B=\{x\,|\,x^2-5x+4>0\}$，若 $A\cup B=\mathbf{R}$，则 a 的取值范围是（　　）

（A）$(-\infty,1)$　（B）$(1,3)$　（C）$[1,3]$　（D）$[3,+\infty)$

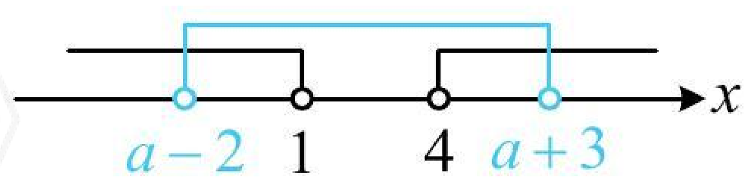
解析：$x^2-5x+4>0\Leftrightarrow(x-1)(x-4)>0\Leftrightarrow x<1$ 或 $x>4$，所以 $B=(-\infty,1)\cup(4,+\infty)$，

分析连续取值集合的并集，可画数轴来看，其中端点能否重合需要重点关注，

如图，要使 $A\cup B=\mathbf{R}$，$a-2$ 与 1，$a+3$ 与 4 都不能重合，否则并集就取不到端点处的元素，

所以应有 $\begin{cases}a-2<1\\a+3>4\end{cases}$，解得：$1<a<3$.

答案：B



【反思】$A\cup B=\{x\,|\,x\in A$ 或 $x\in B\}$，对于连续取值的集合的并集，可画数轴分析，尤其需要注意端点.

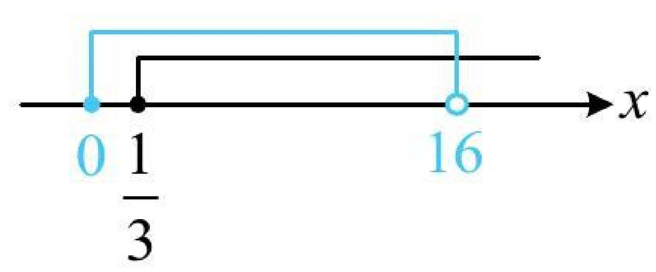
【例 6】（2022 • 新高考 I 卷）若集合 $M=\{x\,|\,\sqrt{x}<4\}$，$N=\{x\,|\,3x\ge 1\}$，则 $M\cap N=$（）

（A）$\{x\,|\,0\le x<2\}$　（B）$\{x\,|\,\frac{1}{3}\le x<2\}$　（C）$\{x\,|\,3\le x<16\}$　（D）$\{x\,|\,\frac{1}{3}\le x<16\}$

解析：$\sqrt{x}<4\Leftrightarrow 0\le x<16$，所以 $M=\{x\,|\,0\le x<16\}$，$3x\ge 1\Leftrightarrow x\ge\frac{1}{3}$，所以 $N=\{x\,|\,x\ge\frac{1}{3}\}$，

求连续取值的集合的交集，可画数轴来看，如图，$M\cap N=\{x\,|\,\frac{1}{3}\le x<16\}$.

答案：D



【变式】已知集合 $A=\{x\mid x^2-x-2\le 0\}$， $B=\{x\mid 2a<x<a^2\}$，若 $A\cap B=\varnothing$，则实数 a 的取值范围是_____.

解析： $x^2-x-2\le 0\Leftrightarrow (x+1)(x-2)\le 0\Leftrightarrow -1\le x\le 2$，所以 $A=[-1,2]$，

接下来分析怎样能使 $A\cap B=\varnothing$，先考虑 B 为 $\varnothing$ 的情形，

当 $B=\varnothing$ 时， $2a\ge a^2$，解得： $0\le a\le 2$，此时满足 $A\cap B=\varnothing$；

再考虑 B 非空的情形，此时可画数轴来看，当 $B\ne\varnothing$ 时，首先应有 $2a<a^2$，解得： $a<0$ 或 $a>2$ ①；

其次，图形应为图 1 或图 2 所示的情形，若为图 1，则 $a^2\le -1$，无解；

若为图 2，则 $2a\ge 2$，解得： $a\ge 1$，结合①可得 $a>2$；

综上所述，实数 a 的取值范围是 $[0,+\infty)$.

答案： $[0,+\infty)$

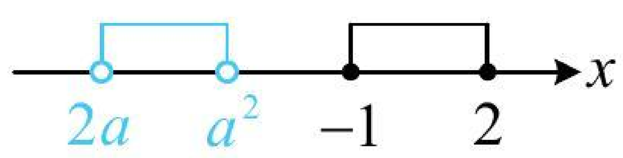


图1

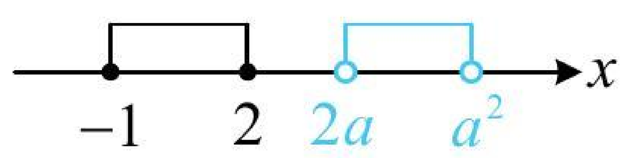


图2

【反思】根据交集为空集求参，一定要考虑含参集合本身为空集的情况.

【例 7】（2023・全国甲卷）设集合 $A=\{x\mid x=3k+1,k\in\mathbf{Z}\}$， $B=\{x\mid x=3k+2,k\in\mathbf{Z}\}$，$U$ 为整数集，则 $\complement_U(A\cup B)=$（　　）

（A） $\{x\mid x=3k,k\in\mathbf{Z}\}$　　（B） $\{x\mid x=3k-1,k\in\mathbf{Z}\}$　　（C） $\{x\mid x=3k-2,k\in\mathbf{Z}\}$　　（D） $\varnothing$

解法 1： $A\cup B=\{x\mid x=3k+1$ 或 $x=3k+2,k\in\mathbf{Z}\}$，所以它包括除以 3 后余数为 1 或 2 的整数，

整数除以 3 余数只能是 0，1，2，所以取补集后剩余的即为余数为 0 的，故 $\complement_U(A\cup B)=\{x\mid x=3k,k\in\mathbf{Z}\}$.

解法 2： 若想象不出 $\complement_U(A\cup B)$ 中的元素有哪些，可罗列部分元素来看规律，

由题意，集合 $A=\{\cdots,-5,-2,1,4,7,\cdots\}$，集合 $B=\{\cdots,-4,-1,2,5,8,\cdots\}$，

所以 $A\cup B=\{\cdots,-5,-4,-2,-1,1,2,4,5,7,8,\cdots\}$，故 $\complement_U(A\cup B)=\{\cdots,-3,0,3,6,\cdots\}=\{x\mid x=3k,k\in\mathbf{Z}\}$.

答案： A

【变式】设全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x\mid x^2-(2m+1)x+m^2+m<0\}$， $B=\{x\mid -2<x<1\}$，若集合 $(\complement_U A)\cap B$ 中有且仅有 1 个整数，则实数 m 的取值范围是_____.

解析： $x^2-(2m+1)x+m^2+m<0\Leftrightarrow (x-m)(x-m-1)<0\Leftrightarrow m<x<m+1$，

所以 $A=(m,m+1)$，故 $\complement_U A=(-\infty,m]\cup[m+1,+\infty)$，

再分析 $\complement_U A$ 与 B 的交集，可画数轴来看，尤其需要关注端点能否重合，

要使 $(\complement_U A)\cap B$ 中有且仅有 1 个整数，则可能的情形如图 1 和图 2 所示，

若为图 1，m 不能与 -1，0 重合，否则交集中有 2 个整数，所以 $-1<m<0<m+1<1$，故 $-1<m<0$；

若为图 2，m 不能与 -2， -1 重合，否则交集中有 2 个整数，所以 $-2<m<-1<m+1<0$，故 $-2<m<-1$；

综上所述，实数 m 的取值范围是 $(-2,-1)\cup(-1,0)$.

答案： $(-2,-1)\cup(-1,0)$

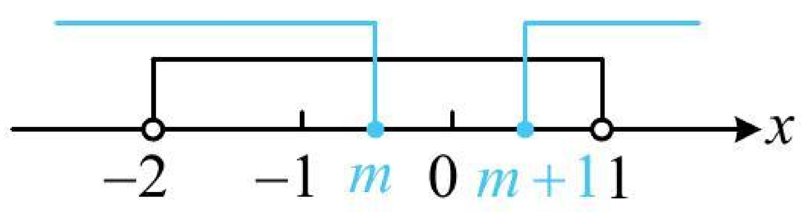


图1

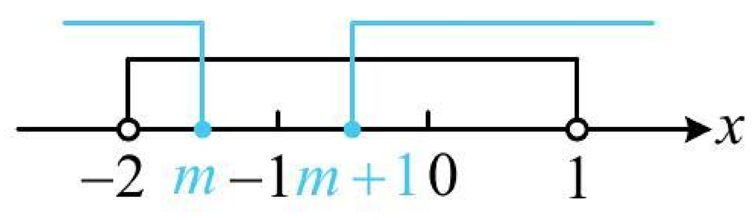


图2

【总结】从上面两道题可以看出，分析列举法表示的集合的并集、交集、补集，直接从元素来看即可；而对于连续取值的集合，则常画数轴来分析，且往往需要重点关注端点.

类型Ⅵ：Venn 图

【例 8】设集合 $U=\{1,2,3,4,5\}$，若 $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\{1,2,3\}$，则 $A\cap B=$（）

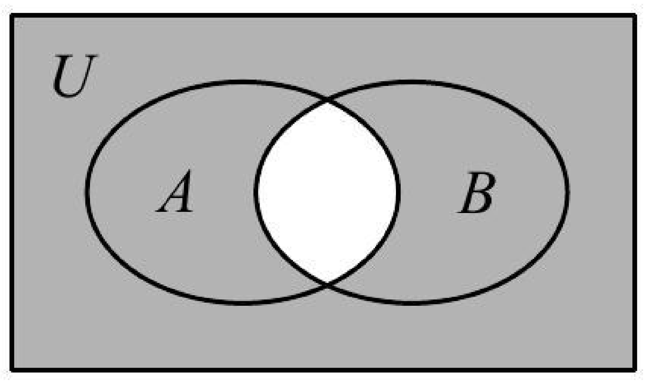
（A）$\{4,5\}$　（B）$\{3,4,5\}$　（C）$\{1,2,5\}$　（D）$\{5\}$

解析：直接由 $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\{1,2,3\}$ 不易分析 A，B 的情况，可画 Venn 图来看，

如图，$(\complement_U A)\cup(\complement_U B)$ 表示在全集 U 中，把 $A\cap B$ 的部分去掉，余下的部分，即 $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\complement_U(A\cap B)$，

因为 $(\complement_U A)\cup(\complement_U B)=\{1,2,3\}$，所以 $\complement_U(A\cap B)=\{1,2,3\}$，故 $A\cap B=\{4,5\}$.

答案：A



【反思】当集合间的运算较抽象时，不妨画 Venn 图来分析，往往可使问题明朗化.

【例 9】学校举办运动会时，高一 1 班共有 28 名同学参加比赛，有 15 人参加游泳比赛，8 人参加田径比赛，14 人参加球类比赛，同时参加游泳和田径比赛的有 3 人，同时参加游泳和球类比赛的有 3 人，没有人同时参加三项比赛，那么只参加游泳一项比赛的有_____人；同时参加田径和球类比赛的有_____人.

解析：题干的信息较复杂，不妨画出图形，并根据题意把各部分的人数标注出来，

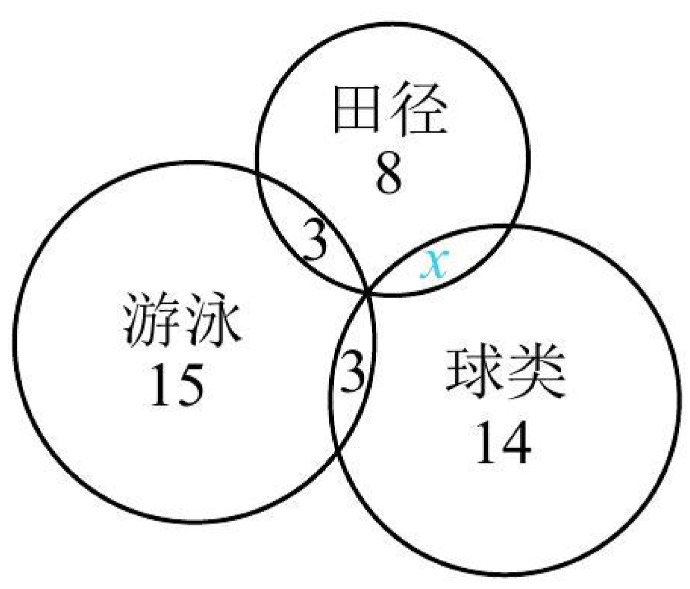
如图，图中的 15、14、8 是参加三项运动各自的总人数，所以只参加游泳一项比赛的有 $15-3-3=9$ 人；

再求同时参加田径和球类比赛的人数，可设为 x，只需把只参加田径、只参加球类的人数都用 x 表示，再由共 28 人参赛来建立方程求 x，

由图可知只参加田径比赛的有 $8-3-x=5-x$ 人，只参加球类比赛的有 $14-3-x=11-x$ 人，

所以 $9+(5-x)+(11-x)+3+3+x=28$，解得：$x=3$，故同时参加田径和球类比赛的有 3 人.

答案：9，3



【反思】涉及多个集合关系的文字题目中，通过画图可将文字信息直观地呈现出来，使问题明朗化.

类型Ⅶ：集合综合题

【例 10】在数学漫长的发展过程中，数学家发现在数学中存在着神秘的“黑洞”现象. 数学黑洞：无论怎样设值，最终都将得到固定的一个值，再也跳不出去，就像宇宙中的黑洞一样. 目前已经发现的数字黑洞有“123 黑洞”、“卡普雷卡尔黑洞”、“自恋性数字黑洞”等. 定义：若一个 n 位正整数的所有数位上数字的 n 次方和等于这个数本身，则称这个数是自恋数. 已知所有一位正整数的自恋数组成集合 A，集合 $B=\{x\mid -3<x<4,x\in\mathbf{Z}\}$，则 $A\cap B$ 的子集个数为（）

（A）3　（B）4　（C）7　（D）8

解析：先求出集合 A，得从题干的信息弄懂正整数自恋数的定义，

一位正整数有 1，2，3，…，9，它们都满足所有数位上数字的 1 次方和等于这个数本身，

所以它们都是自恋数，故 $A=\{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$，又 $B=\{x\mid -3<x<4,x\in\mathbf{Z}\}=\{-2,-1,0,1,2,3\}$，

所以 $A\cap B=\{1,2,3\}$，故 $A\cap B$ 的子集个数为 $2^3=8$.

答案：D

【例 11】设 $x_1,x_2,x_3,x_4\in\mathbf{R}$，集合 $A=\{x_ix_j\mid 1\le i<j\le 4且i,j\in\mathbf{N}\}$，若 $A=\{-18,-3,-1,-\frac{1}{6},\frac{1}{2},6\}$，则 $x_1x_2x_3x_4=$ _____.

解析：要求 $x_1x_2x_3x_4$，应先分析集合 $\{x_ix_j\mid 1\le i<j\le 4且i,j\in\mathbf{N}\}$ 中的元素，可按 i，j 的可能取值来罗列，

由题意，集合 A 中的元素 x_ix_j 所有可能的情况如下表：

i	1	1	1	2	2	3
j	2	3	4	3	4	4
x_ix_j	x_1x_2	x_1x_3	x_1x_4	x_2x_3	x_2x_4	x_3x_4

由所给条件知集合 A 中有 6 个元素，所以上表中所列的 x_ix_j 的 6 种情况即为该 6 个元素，

我们要求的是 $x_1x_2x_3x_4$，故无需分析上表中的 x_ix_j 与所给 6 个元素如何对应，直接全部相乘即可，

因为集合 $A=\{-18,-3,-1,-\frac{1}{6},\frac{1}{2},6\}$，所以 $(x_1x_2)\cdot(x_1x_3)\cdot(x_1x_4)\cdot(x_2x_3)\cdot(x_2x_4)\cdot(x_3x_4)=(x_1x_2x_3x_4)^3$

$=-18\times(-3)\times(-1)\times(-\frac{1}{6})\times\frac{1}{2}\times 6=27$，故 $x_1x_2x_3x_4=3$.

答案：3

【例 12】设 S 为实数集 $\mathbf{R}$ 上的非空子集，若对任意的 $x,y\in S$，都有 $x+y$，$x-y$，$xy\in S$，则称 S 为封闭集. 下面是关于封闭集的 4 个判断：

①自然数集 $\mathbf{N}$ 为封闭集；

②整数集 $\mathbf{Z}$ 为封闭集；

③若 S 为封闭集，则一定有 $0\in S$；

④封闭集一定是无限集.

其中正确的判断是（　　）

（A）②③　　（B）②④　　（C）③④　　（D）①②

解析：①项，自然数之差不一定是自然数，所以结合封闭集的定义知 $\mathbf{N}$ 不是封闭集，下面举个反例，

因为 $2\in\mathbf{N}$，$3\in\mathbf{N}$，但 $2-3=-1\notin\mathbf{N}$，所以自然数集 $\mathbf{N}$ 不是封闭集，故①项错误；

②项，对任意的 $x,y\in\mathbf{Z}$，$x+y$，$x-y$，xy 都为整数，所以整数集 $\mathbf{Z}$ 是封闭集，故②项正确；

③项，要判断 $0\in S$ 是否正确，可尝试结合已知条件构造出 0，观察发现由 $x-y\in S$ 可产生 0，

若 S 为封闭集，取 $x=y\in S$，则 $x-y=0\in S$，故③项正确；

④项，正面推证结论不易，尝试寻找反例，受③的启发，我们考虑只有 0 的单元素集合，

设 $S=\{0\}$，则对任意的 $x,y\in S$，必有 $x=y=0$，此时，$x+y=x-y=xy=0\in S$，

所以 S 为封闭集，但 S 不是无限集，故④项错误.

答案：A

强化训练

1.（2022·宜阳月考·★）集合 $A=\{x\in\mathbf{N}\,|\,x=\dfrac{16}{n},n\in\mathbf{N}\}$ 中的元素个数为（　　）

（A）3　　（B）4　　（C）5　　（D）6

2.（2022·广州模拟·★）已知集合 $A=\{a-2,a^2+4a,12\}$，且 $-3\in A$，则 a 的值为（　　）

（A）-3 或 -1　　（B）-1　　（C）3　　（D）-3

3.（2022·忻州月考·★★）已知 $m\in\mathbf{R}$，$n\in\mathbf{R}$，若集合 $\{m,\dfrac{n}{m},1\}=\{m^2,m+n,0\}$，则 $m^{2023}+n^{2023}=$（　　）

（A）-2　　（B）-1　　（C）1　　（D）2

4.（2022·安徽模拟·★）已知集合 $A=\{1,2,m^2\}$，$B=\{1,m\}$，若 $A\cup B=A$，则实数 m 的值为_____.

5.（2023 • 山西模拟 • ★）已知集合 $A=\{x\in\mathbf{Z}\,|\,x^2-x-6<0\}$，$B=\{y\,|\,y=x^2\}$，则 $A\cap B$ 的子集有（　　）

（A）2 个　（B）4 个　（C）8 个　（D）16 个

6.（2023 • 江西模拟 • ★）已知集合 $A=\{-1,0\}$，$B=\{1,2\}$，则集合 $C=\{z\,|\,z=x^2+y^2,x\in A,y\in B\}$ 的真子集个数为（　　）

（A）3　（B）7　（C）15　（D）16

7.（2023 • 新高考Ⅰ卷 • ★）已知集合 $M=\{-2,-1,0,1,2\}$，$N=\{x\,|\,x^2-x-6\ge 0\}$，则 $M\cap N=$（　　）

（A）$\{-2,-1,0,1\}$　（B）$\{0,1,2\}$　（C）$\{-2\}$　（D）$\{2\}$

8.（2021 • 全国乙卷 • ★）已知集合 $S=\{s\,|\,s=2n+1,n\in\mathbf{Z}\}$，$T=\{t\,|\,t=4n+1,n\in\mathbf{Z}\}$，则 $S\cap T=$（　　）

（A）$\varnothing$　（B）S　（C）T　（D）$\mathbf{Z}$

9.（2022 • 全国乙卷 • ★）设全集 $U=\{1,2,3,4,5\}$，集合 M 满足 $\complement_U M=\{1,3\}$，则（　　）

（A）$2\in M$　（B）$3\in M$　（C）$4\notin M$　（D）$5\notin M$

10.（2023 •福建模拟 •★）已知全集 $U=\mathbf{R}$，集合 $A=\{x\,|\,|x-1|\le 1\}$，$B=\{x\,|\,\dfrac{x-4}{x-1}>0\}$，则 $A\cap(\complement_U B)=$（　　）

（A）$[1,2]$　（B）$(1,2)$　（C）$[0,1)$　（D）$(1,2]$

11．（2023 • 苏州模拟 • ★★）已知 $f(x)=\sqrt{x^2-1}$ 的定义域为 A，集合 $B=\{x\in\mathbf{R}\,|\,1<ax<2\}$，若 $B\subseteq A$，则实数 a 的取值范围是（　　）

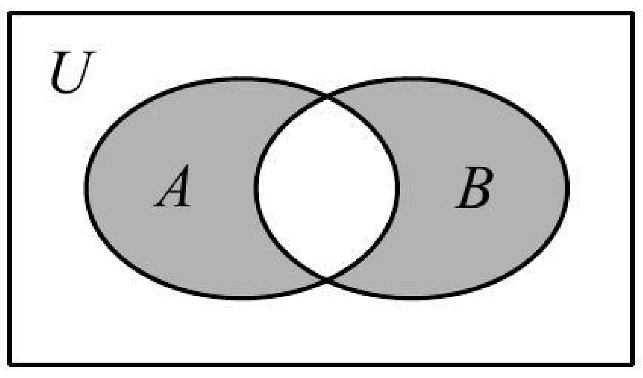
（A）$[-2,1]$　　（B）$[-1,1]$　　（C）$(-\infty,-2]\cup[1,+\infty)$　　（D）$(-\infty,-1]\cup[1,+\infty)$

12．（2023 •扬州期末 •★★）已知集合 $A=\{x\,|\,\dfrac{4-x}{x+1}\ge 0\}$，$B=\{x\,|\,x^2-(a+1)^2x+2a(a^2+1)<0\}$，若 $A\cap B=\varnothing$，则实数 a 的取值范围是（　　）

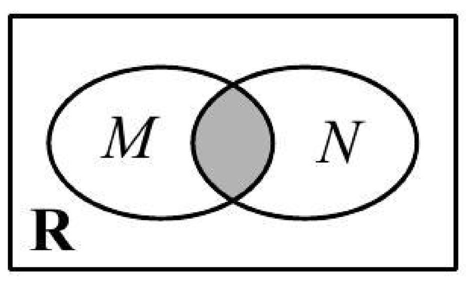
（A）$(2,+\infty)$　　（B）$\{1\}\cup(2,+\infty)$　　（C）$\{1\}\cup[2,+\infty)$　　（D）$[2,+\infty)$

13．（2023 • 扬州期末 • ★）集合 $A=\{-1,0,1,2,3\}$，$B=\{0,2,4\}$，则图中阴影部分所表示的集合为（　　）

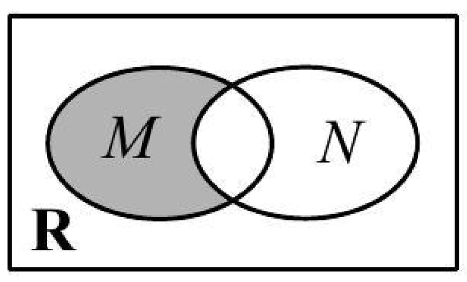
（A）$\{0,2\}$　　（B）$\{-1,1,3,4\}$　　（C）$\{-1,0,2,4\}$　　（D）$\{-1,0,1,2,3,4\}$



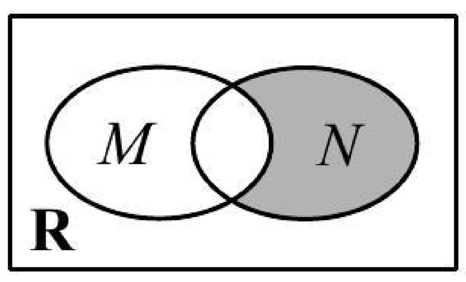
14．（2023 • 广州一模 • ★★）已知集合 $M=\{x\,|\,x(x-2)<0\}$，$N=\{x\,|\,x-1<0\}$，则下列 Venn 图中，阴影部分可以表示集合 $\{x\,|\,1\le x<2\}$ 的是（　　）



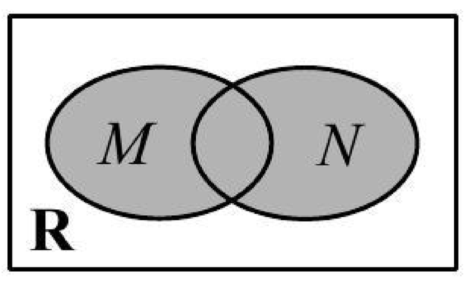
(A)



(B)



(C)



(D)

15．（2023 • 重庆模拟 • ★★）某班有 40 名同学参加数学、物理、化学课外研究小组，每名同学至多参加两个小组. 已知参加数学、物理、化学小组的人数分别为 26、15、13，同时参加数学和化学小组的有 6 人，同时参加物理和化学小组的有 4 人，则同时参加数学和物理小组的人数为_____.

16．（2022 • 长沙模拟 • ★★★）设 S 是实数集 $\mathbf{R}$ 的一个非空子集，若对任意的 $a,b\in S$（a，b 可以相等，也可以不相等），$a+b\in S$ 且 $a-b\in S$，则称 S 是“和谐集”．则下列说法中错误的是（　　）

（A）存在一个集合 S，它既是“和谐集”，又是有限集

（B）集合 $\{x\mid x=\sqrt{2}k,k\in\mathbf{Z}\}$ 是“和谐集”

（C）若 S_1，S_2 都是“和谐集”，则 $S_1\cap S_2\neq\varnothing$

（D）对任意两个不同的“和谐集” S_1，S_2，总有 $S_1\cup S_2=\mathbf{R}$

17.（2022 •南京模拟 •★★★）对于集合 A，B，我们把集合 $\{(a,b)\mid a\in A,b\in B\}$ 记作 $A\times B$．例如，$A=\{1,2\}$，$B=\{3,4\}$，$C=\{1,3\}$，则 $A\times B=\{(1,3),(1,4),(2,3),(2,4)\}$，$A\times C=\{(1,1),(1,3),(2,1),(2,3)\}$．现已知 $M=\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$，集合 A，B 是 M 的子集，且当 $(a,b)\in A\times B$ 时，$(b,a)\notin A\times B$，则 $A\times B$ 内的元素最多有（　　）个.

（A）20　（B）25　（C）50　（D）75